



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA – MODALIDADE EAD

DIÓGENES SETTI SOBREIRA FILHO

**UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA
COSMOLOGIA NO ENSINO MÉDIO**

Juiz de Fora, Agosto de 2017.

Diógenes Setti Sobreira Filho

Uma proposta para o ensino da Cosmologia no ensino médio

Trabalho de conclusão de curso submetido à Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de licenciado em Física. O trabalho está sob a orientação do Prof. Gil de Oliveira Neto

Juiz de Fora, 2017

Diógenes Setti Sobreira Filho

RESUMO

A compreensão dos céus não é só um objeto perseguido pela curiosidade humana. Ao contrário parece ser, na visão de vários povos antigos, a mais sublime das missões do ser pensante. O aluno do ensino médio é um indivíduo curioso e portador das ferramentas matemáticas mínimas necessárias para iniciar uma maravilhosa viagem pelos segredos escondidos atrás da imensidão do Universo. A cosmologia Newtoniana revitalizada pela concordância de resultados obtidos através de teorias mais sofisticadas é sem dúvida a melhor porta de entrada de que o aluno pode dispor. Um pouco de matemática, conceitos físicos básicos e muita imaginação é tudo que é exigido para avançar rumo ao primeiro encontro entre o aluno inquieto e um Universo infinito. Desse encontro sairão muitos alunos marcados para sempre com a curiosidade que vem contaminando desde o homem das cavernas até o cientista mais brilhante que hoje trabalha na Suíça com a maior máquina já construída pela humanidade.

ABSTRACT

The understanding of the heavens is one of the most important human's goal since the beginning. Many ancient tribes consider this the most noble mission of a man. The high school student is a curious being and has all the mathematics needed to begin a marvelous journey through the Cosmos. Newtonian cosmology reborn due to the results obtained in accordance with a more advanced cosmology, is the ideal entrance to this new world. The student only needs a little bit of math, basic physics concepts and a lot of imagination to enter in this world of wonder. From this study, many students will never forget what has been enchanting from the cave man to the brilliant man, who works with the most sophisticated machine ever built by the human kind.

Sumário

1 INTRODUÇÃO	6
2 O COMEÇO	8
2.1 As primeiras ideias	8
2.2 O Universo geocêntrico	10
2.3 A Terra seria ou não o centro do Universo?	11
2.4 O grande cientista	13
3 O UNIVERSO MÁQUINA	15
3.1 Newton, um gigante	15
3.2 Matéria atrai matéria	16
3.3 O eterno Universo	20
3.4 O princípio cosmológico e suas consequências	21
4 A COSMOLOGIA E A MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO	22
4.1 Energia e densidade crítica	22
4.2 Como surgiu a equação da gravitação?	25
4.3 Obtendo as constantes	26
4.4 velocidade de escape	27
4.5 Tipos de galáxias espirais	28
4.6 A idade do Universo	29
4.7 Parâmetro de Densidade	30
5 OUTRAS QUESTÕES	31
5.1 Constante cosmológica	31
5.2 Uma matemática mais elaborada	32
5.3 De volta a teoria	34
5.4 Até onde é possível enxergar?	37
6 ENSINAR COSMOLOGIA	38
6.1 Ensino médio	38
6.2 Questões pertinentes	43
6.3 Competências requeridas	44
6.4 Tipos de questões	53
7 CONCLUSÃO	55

1 INTRODUÇÃO

O que há em comum entre uma série de televisão norte-americana chamada *Big Bang Theory* que bate todos os recordes de audiência e longevidade e a história do homem na terra? A resposta é simples: a curiosidade. Não seria razoável supor que os milhões de jovens mundo afora que acompanham a série, o fazem única e exclusivamente pelas piadas 'clichês' contidas em 99,9 por cento dos programas daquele país. Claramente há algo mais....

O desejo incontido de assistir ao próximo episódio da série equivale à vontade de acompanhar os passos de heróis que travam uma luta com os limites do conhecimento. Sim, os limites da ciência são irresistíveis! Até onde sabemos? Quais os limites do Universo? Todos os adolescentes que agora assistem a série um dia já se perguntaram: Se o Universo tem um fim, o que vem depois? Ou ainda: De onde isso tudo surgiu?

Claro que a religião tem respostas para essas perguntas. A pergunta pertinente é se a ciência pode não só responder mas dar argumentos e provas convincentes.

Desde os primórdios os homens olhavam para os céus (mesmo porque não havia *Bing Bang Theory* naquela época!) e tentavam obter respostas sobre a sua própria existência. Associavam fenômenos terrestres a acontecimentos celestiais, adoravam as estrelas, o Sol e a Lua e mediam as correlações entre posições de astros e o destino dos humanos (astrologia).

Muitos ainda hoje duvidam da ciência e da tecnologia. A terra plana e a fraude da ida ao espaço são algumas das teorias conspiratórias mais famosas. Seria possível uma minhoca entender o funcionamento de um jardim?

Para começar, nunca nos achamos uma minhoca no jardim. O homem sempre foi o centro do Universo (e por que não seria?). O homem não descende do

macaco. O homem é senhor absoluto dos seus atos Somos vaidosos demais. Aos poucos o castelo de cartas foi caindo. Hoje sabemos (e provamos) que nem mesmo a matéria (que nos forma) é preponderante no Universo já que 70 por cento deste último é composto pela *energia escura*. Nem mesmo a matéria visível parece ser o que determina a união das Galáxias: é necessário lançar mão da *matéria escura*. Talvez o nosso Universo nem seja o único e sim um entre infinitos outros. O processo dessa descoberta foi lento e doloroso. Primeiro descobrimos que a Terra e os planetas giram em torno do Sol e não ao contrário. Depois que o imponente Sol era uma entre muitas outras estrelas e que estávamos situados num canto insignificante da nossa Galáxia. Continuamos o caminho do conhecimento e vimos que existem muitas outras Galáxias e assim por diante.

Seja como for, todas essas questões são empolgantes para os seres humanos e, portanto, merecedoras de estudo. Uma vez que a matemática dos primeiros passos desse estudo não exigem o cálculo diferencial e integral, tampouco uma matemática muito complexa, se impõem imediatamente a pergunta do porque não começar a levar o básico da Cosmologia ao estudante do ensino médio?

Os capítulos seguintes farão uma incursão por uma proposta de apresentação desse conhecimento aos estudantes.

Tentará se demonstrar que, essa história impagável não está tão distante da realidade do aluno do ensino médio. Falemos da Cosmologia. Essa é a ciência ligada ao Universo sua evolução e seu entendimento.

A definição de Cosmologia está no início do primeiro capítulo assim como também está no mesmo capítulo e seguintes, uma rápida visão da evolução do método científico que, em última análise, foi a estrada que nos conduziu até os dias de hoje.

Um pouco de história sempre se faz necessária para um melhor entendimento do tema. Misturada à história estão algumas poucas equações e os desafios dos pioneiros. A equação de campo de Newton, a curvatura do espaço, a constante cosmológica e as evoluções dos modelos cosmológicos são passagens obrigatórias que estão presentes na saga pela busca da composição do Universo.

Se o leitor não corroborar com a tese de que o enorme sucesso da série se deve a nossa curiosidade inerente, ao menos há de concordar que o assunto é um tema que merece ser conhecido e estudado pelos nossos jovens.

2 O COMEÇO

2.1 As primeiras ideias

A definição de Cosmologia, segundo o site Wikipedia¹ é “o ramo da astronomia que estuda a origem, estrutura e evolução do Universo a partir da aplicação de métodos científicos.”

O interessante dessa definição é a inclusão do conceito ‘métodos científicos’. A exata definição do que vem a ser um método científico dificulta sobremaneira entender como é possível se ter um modelo de cosmos.

Pode-se argumentar que uma série de experimentos, métodos estatísticos e observações compõem um mosaico que é capaz de definir o método científico.

Por mais aberta que possa parecer a definição, uma passagem pela história esclarece como a ciência mudou após a adoção de procedimentos que levaram à consolidação de um método.

Segundo historiadores, os primeiros passos para a concepção foram dados por Galileu (Rosen and Romao 1952)² consistindo basicamente em observar e desenvolver hipóteses, reproduzir o experimento para melhor compreendê-lo, isolar variáveis, formular hipóteses e por fim comprovar todas as formulações.

Nos dias de hoje, entretanto, a ciência encontra-se num impasse pois teorias como a teoria das cordas sofrem da carência tecnológica para a realização dos experimentos e conseqüente comprovações de suas hipóteses. Mesmo a construção da maior máquina já construída pela humanidade (o grande colisor de Hádrons na Suíça) não tem a energia suficiente para os testes necessários.

O caso da teoria do *Big Bang* é emblemático na medida em que não há

¹ <https://pt.wikipedia.org/wiki/Cosmologia>

² Apud Larry Laudan em “Teorias do Método Científico de Platão a Mach”

possibilidade de se comprovar que existiu tal singularidade. É verdade que não temos observações diretas e nunca teremos, por outro lado, temos inúmeros fenômenos físicos que comprovam a existência do *Big Bang*! Tais como: Expansão do Universo, abundância dos elementos leves, radiação cósmica de fundo à temperatura de 2,7 K.

Diferentemente da teoria das cordas que um dia, quem sabe, pode ter as suas conclusões provadas com a obtenção da tecnologia necessária, o *Big Bang* jamais poderá ser observado.

Se não pode ser observado, como é possível chamar a teoria do *Big Bang* de ciência?

Alguns cientistas crêem em outras hipóteses e alguns conclamam o método científico como argumento. Mas a verdade é que, seja qual for a teoria que se quer adotar, o problema não parece ter solução fácil. Se por um lado um Universo eterno resolve a questão da comprovação de existência de uma explosão inicial por outro abre espaço para questionamentos tão sérios quanto os do *Big Bang*.

É provável que a experiência aristotélica tenha deixado marcas no pensamento científico que o impedem de abrir concessões tão amplas ao raciocínio e às conclusões não sustentadas em provas experimentais.

“Qualquer conhecimento dos entes e processos naturais deve, de alguma forma, apoiar-se na experiência, na observação dos fatos, não na razão pura. Essa tese é usualmente chamada de “empirismo”, e teve em Locke, George Berkeley (1685-1753) e David Hume (1711-1776) seus principais defensores no período moderno. Pois bem: dado que qualquer experiência é necessariamente particular, ou seja, referente a objetos individuais, como pode essa experiência constituir base adequada para as leis científicas, que se referem ao universo inteiro de objetos? Em outros termos, como se pode passar de observáveis particulares para o caso geral? Esse problema epistemológico é hoje conhecido como problema da indução.” (Seno Chibeni, Silvio. 2006)³.

Como não há como observar o *Big Bang* de maneira peremptória, surgem hipóteses alternativas que vão angariando seguidores.

³ <http://www.unicamp.br/~chibeni/textosdidaticos/metodocientifico.pdf>

2.2 O Universo geocêntrico

Poder-se-ia retroceder aos primórdios dos registros humanos para encontrar a preocupação com os céus. A bíblia registra o momento da criação quando Deus teria ordenado o surgimento da luz não especificando, assim como a ciência dos dias de hoje, como eram as coisas antes desse momento. Por mais que haja uma celeuma entre os que creem e os que não acreditam no Ser superior, poucos se dão conta das similitudes entre a fé e a ciência. Em ambas há que se acreditar em premissas que não podem ser provadas. Godel e sua teoria da incompletude mostrou que nem mesmo a matemática está imune a este inconveniente.

A preocupação com os céus e as estrelas foram sempre as prioridades das religiões em todas as culturas. Feiticeiros interpretavam as mensagens dos Deuses que moravam nas alturas e artistas desenhavam o que viam na imensidão.

Os gregos são os primeiros que se tem notícia a tentar entender o que se passava nos céus sem necessariamente associar os fenômenos a uma vontade divina. Platão, no entanto, acreditava na existência de um `Artesão Cósmico'⁴ “que encarnava o ideal de Perfeição Absoluta.” Seria este Deus a causa inicial deflagradora de toda a cadeia causal posterior. Seu discípulo Aristóteles adotou o que poderia ser chamado de um Deus único, todo-poderoso, expoente da perfeição racional e moral.

Na idade média, a Igreja Católica passou a ditar os rumos do conhecimento da Europa e todo o legado grego com o embrião do pensamento científico foi confinado em mosteiros e acessado apenas pelos integrantes do clero.

Se por um lado houve a ocultação do conhecimento acumulado pelos antigos, por outro, de certa forma, o legado ficou à salvo da barbárie reinante naqueles tempos (aliás a barbárie está sempre presente na história da humanidade).

São Tomás de Aquino e Santo Agostinho resgataram as ideias de Aristóteles e Platão compatibilizando a fé cristã com a razão expressa nos escritos gregos. São Tomás de Aquino através da Suma Teológica uniu a filosofia aristotélica aos

⁴ Gleiser, Marcelo: pg. 32

dogmas cristãos criando a Escolástica que pode ser definido como:⁵ “o método de pensamento crítico dominante no ensino nas universidades medievais europeias de cerca de 1100 a 1500.”

Por força dessa união a visão aristotélica dominaria a ciência em um mundo assombrado por uma Igreja intolerante com ideias diferentes das consideradas escritas na bíblia.

A concepção aristotélica de Universo foi adotada pelo astrônomo alexandrino chamado Cláudio Ptolomeu maior arquiteto do Universo geocêntrico.

2.3 A Terra seria ou não o centro do Universo?

No Universo de Aristóteles conviveriam duas realidades bem distintas, a sublunar, imperfeita e dominada por paixões, e a perfeita existente além da órbita lunar. Essa perfeição dos céus se adequou como uma luva aos escritos bíblicos emprestando uma lógica irreparável ao aparato da fé.

Mesmo num mundo de observações a olho nu, alguns problemas surgem com a hipótese ptolomaica da Terra como centro do Universo.

Há muito se sabia que existiam algumas ‘estrelas’ que se moviam no firmamento estático e formado por desenhos imaginários (muitas dessas ‘constelações’ ainda hoje são reconhecidas pelos nomes originais).

Ao contrário dessas constelações aparentemente imutáveis as tais ‘estrelas’ passeavam pelo céu noturno executando um verdadeiro balé noite após noite.

A essas últimas foi dado o nome de planetas significando ‘astros errantes’. O passeio, tendo ao fundo os astros fixos, pareciam ir num sentido e, como num passo de mágica, retroceder.

Como curiosidade vale lembrar que em algumas línguas o nome dos planetas estão associados aos dias da semana. A seguir os dias da semana em vários idiomas: Domingo em inglês é *Sunday*. Segunda em espanhol é *Lunes* (lua). Terça em italiano é *Martedì* (dia de Marte). Quarta em francês é *Mercredi* (dia de Mercúrio)

⁵ <https://pt.wikipedia.org/wiki/Escol%C3%A1stica>

etc.



Figura1: Imagem da retrocessão (<http://antwarp.gsfc.nasa.gov/apod/ap031216.html>).

O mistério da “dança” dos planetas foi solucionada com um artifício chamado epiciclo. Essa solução implementada por Ptolomeu já havia sido pensada por Apolônio há algum tempo antes. Mas foi Ptolomeu que trabalhou toda a questão matemática ligada ao problema⁶. Ainda foi necessária, para harmonizar o modelo com o observado, uma ligeira alteração dos centros das trajetórias de forma que a Terra não seria exatamente o centro das órbitas. Também para solucionar alguns problemas nas observações, os epiciclos aconteceriam em torno de uma órbita maior chamada deferente.

⁶ <http://astronomia.blog.br/epiciclos-de-ptolomeu-e-materia-escura/>

Toda essa complicação salvou o modelo geocêntrico.

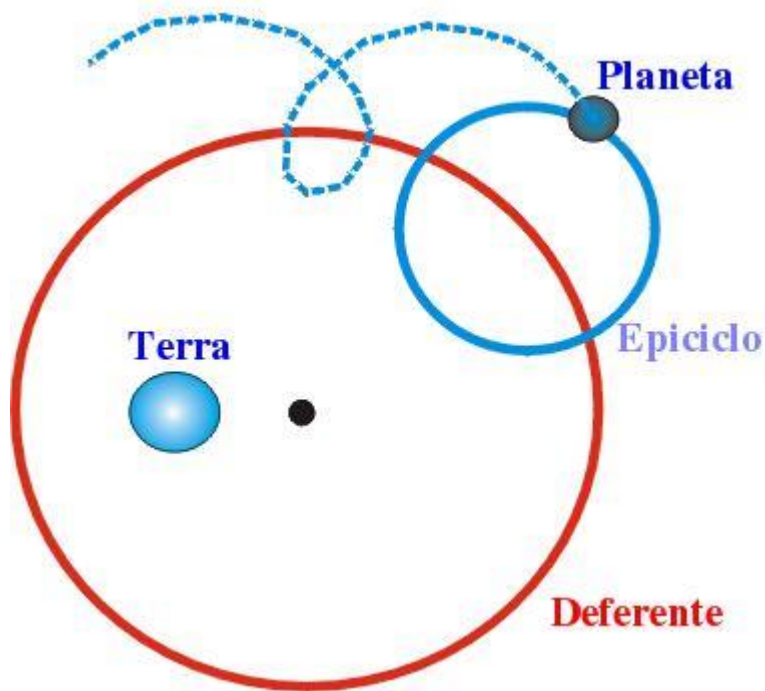


Figura 2: Epíclis. copiada do blog “astronomia.blog.br”

Mais do que salvar o modelo antigo do Universo (naquela época restrito às constelações e planetas) toda essa complicação levou um cônego da Igreja Católica a lançar mão de um modelo mais elegante. Se todos os planetas (inclusive a Terra que até então não era vista como um planeta) girassem ao redor do Sol, não seria mais necessário epíclis, deferentes etc.

Claro que essa hipótese levaria a uma perigosa afirmação de que a Terra não seria mais o centro do Universo conhecido.

2.4 O grande cientista

A teoria de Copérnico foi publicada em 1543, mas seriam necessários quase 200 anos para que a sua hipótese pudesse começar a convencer os astrônomos.

Como já dito anteriormente, a Igreja adotou o modelo geocêntrico quase

como um dogma. Como consequência do desagrado da retirada da Terra como centro do Universo, o tratado de Copérnico foi incluído no *codex* de livros proibidos em 1619 onde permaneceu até 1835. Um outro livro causou inquietação na Igreja da época. Seu título era “Do infinito, Universo e mundos” de Giordano Bruno. Nessa obra Bruno propunha de maneira inacreditável um Universo infinito com inúmeros sóis iguais ao nosso e, até mesmo, vida em algum mundo distante. Claramente não havia, e nem poderia haver, qualquer base científica para tais afirmações. De qualquer forma eram incríveis as suposições deste que parecia ser um autor de ficção científica. Infelizmente ficção científica era algo que a Igreja não compreendia e Bruno foi condenado à fogueira e queimado vivo.

No modelo de Copérnico as órbitas eram circulares. Um astrônomo e matemático alemão chamado Johannes Kepler, com base nas numerosas observações coletadas por outro astrônomo chamado Tycho Brahe, desenvolveu três leis empíricas do movimento orbital sugerindo que as órbitas dos planetas seriam elípticas com o Sol ocupando um dos focos. Uma dúvida recorrente na época era o motivo pelo qual o Sol ‘atraía’ os outros astros. Por mais que pareça simples nos dias de hoje pensar em algo como a força de atração entre os corpos como razão para esse fenômeno (tão fácil que foi preciso um ‘Einstein’ para romper esse paradigma), na época de um espaço perfeito preenchido por uma substância diferente de tudo que se tem na Terra (éter ou quintessência) ficava difícil um bom palpite que conseguisse explicar aquele comportamento.

Uma sugestão que fascinou Kepler foi a de Gilbert que descrevia a Terra como um grande ímã. O magnetismo poderia ser então a explicação que faltava para resolver o mistério do movimento planetário.

A curiosidade de procurar uma causa física para esses movimentos pode ser considerada a primeira etapa para as descobertas que vieram a seguir. Afinal só se consegue enxergar mais longe quando se está ‘em ombros de gigantes’...

O personagem seguinte dessa fascinante história pode, com muita propriedade, ser chamado de cientista. Pioneiro do método científico seu nome era Galileu Galilei. Galileu aplicava a matemática a seus experimentos cuidadosamente realizados entendendo que essa mesma matemática deveria a ser a linguagem

apropriada para descrever a natureza. A partir de repetições públicas de experiências, muitos modelos de Aristóteles caíram diante da implacável realidade. Isso começou a incomodar os estudiosos da Bíblia que não viam com bons olhos o questionamento de verdades consideradas cristalizadas. O advento do telescópio levou o incômodo a se tornar quase um confronto. A lua perfeita de Aristóteles possuía crateras nas observações de Galileu. Sua habilidade social, por sorte, postergou o inevitável encontro com a Santa Inquisição. Para bajular os poderosos Médices, ele ao descobrir as quatro luas de Júpiter, as batizou de medicianas. Apesar da grande influência de Galileu com os poderosos, inclusive com o Papa Urbano VIII, sua posição a favor do modelo de Copérnico o levou a um julgamento pela Inquisição que o condenou a negar tudo que acreditava para fugir da pena que outrora havia sido impingida a Giordano Bruno. Como resultado final ele foi condenado à prisão domiciliar pelo resto dos seus dias.

3 O UNIVERSO MÁQUINA

3.1 Newton, um gigante

O próximo cientista a ser visitado nessa 'constelação de gigantes', marcou de maneira tão profunda a ciência que toda a física que se aprende hoje na escola em todas as partes do mundo advém da sua visão de mundo. E não é só isso. Para poder trabalhar com seus conceitos ele 'criou' uma matemática que também é estudada em todo mundo nos primeiros anos de faculdade. Seu nome é Isaac Newton.

Apesar de ser gênio, Newton era um produto do seu tempo. Como pôde ser observado até aqui, o mundo medieval era marcado pelo funcionamento orgânico de uma pequena sociedade isolada cujo comando final cabia a Deus. Predizer o desígnios de Deus em certas circunstâncias era o máximo que se podia almejar e mesmo assim se estivessem de acordo com as escrituras. Leis na natureza somente as de Deus.

Ao poucos, entretanto, o Homem começou a conhecer as máquinas (ainda que simples) entender o seu funcionamento e projetar o seu comportamento repetitivo. E se o Universo funcionasse como uma máquina? E se as regras que dão coerência ao comportamento das máquinas tivessem similares cósmicas? As experiências já demonstravam certos padrões que poderiam ser repetidos tantas vezes quanto solicitados.

Não é como se Deus não existisse: ele poderia ter criado “a máquina”⁷, suas regras de funcionamento e, como bom operador, poderia interferir no seu funcionamento a qualquer momento.

Após as experiências de Galileu, vários filósofos começam a teorizar as estruturas do método científico. Francis Bacon, um dos grandes teóricos do método, afirmara que “apenas a investigação científica poderia garantir o desenvolvimento do homem e o domínio do mesmo sobre a natureza”⁸.

Dessa máxima nasceu a teoria do método científico. Se por um lado pensava-se que o Homem era o centro de tudo, por outro não se ousava contrariar a natureza ou Deus que seriam soberanos. Com o desenvolvimento do método, a Humanidade mesmo que diminuída em importância passou a alterar os rumos que a natureza seguia. Era possível agora prever e modificar a mecânica das coisas juntamente com o Criador.

Um dos expoentes desse novo mundo foi um mecanismo que mostrava o passar do tempo: o relógio mecânico. De grande simbolismo esse artefato podia ser construído por mãos humanas. Ele era capaz de medir uma grandeza absoluta (assim considerada até Einstein) responsável pelo movimento de toda a engrenagem celestial.

3.2 Matéria atrai matéria

Newton uniu o mundo sublunar com o Universo a partir da ideia simples (simples para os dias de hoje!) de que uma força atrativa à distância agia tanto para

⁷ http://ruipaz.pro.br/textos_pos/newton.pdf

⁸ http://www.proficiencia.org.br/article.php3?id_article=489

levar uma maçã a cair quanto para a Lua se manter 'caindo' em torno da Terra. A força é a mesma. O que variava era a velocidade tangencial da maçã e a massa de ambas. O mundo agora obedecia leis. Todos os corpos agiam de maneira semelhante, submetidos a regras de um Universo mecânico semelhante às máquinas construídas pelo homem. A fórmula a seguir sintetiza a relação da força da gravidade com a massa e a distância entre os corpos:

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{r} \quad (1)$$

G é a constante de Newton que no sistema internacional de unidades tem o valor de:

$6,67428 \times 10^{-11} Nm^2/Kg^2$, medida a primeira vez em laboratório em 1798.

Vários números aparecem em Cosmologia e é importante que o aluno se familiarize ou com os valores ou, pelos menos, com a ordem de grandeza.

Uma primeira unidade de distância útil é a Unidade Astronômica ou UA. Ela representa a distância entre a Terra e o Sol e o seu valor é:

$$1,496 \times 10^{11} m$$

Outra medida fundamental é o ano-luz que é a distância que a luz percorre em 1 ano. Juntamente com o Parsec o ano-luz são as medidas para expressar distância.

O Parsec é relacionado com o ano-luz e a UA da seguinte forma: feita uma triangulação entre o Sol e a estrela que se quer medir, a estrela fica deslocada de um ângulo de um segundo de arco.

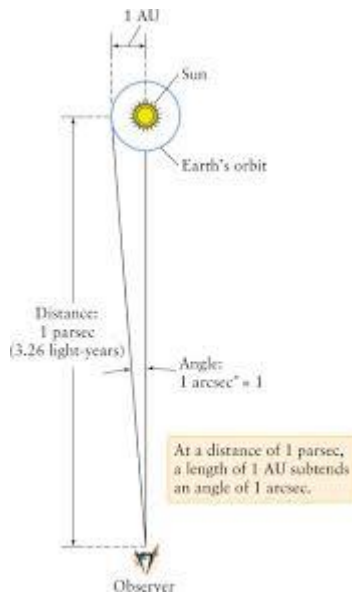


Figura 3: Medida de distância por paralaxe

Dessa forma um Parsec é igual a 206265 UA ou 3,26 anos-luz.

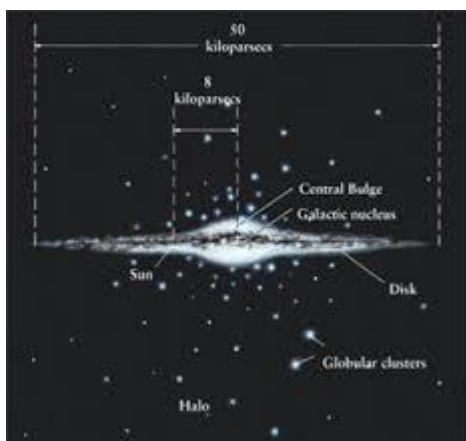


Figura 4: Distâncias da galáxia.

A distância entre a Via Láctea (a nossa galáxia) e Andrômeda (a galáxia mais próxima da nossa) é de 2,2 milhões de anos-luz.

Uma questão pertinente com relação à equação (1) diz respeito a saber se as

massas ali presentes são as mesmas variáveis que atendem pelo mesmo nome na segunda lei de Newton.

Em outras palavras a pergunta pode ser enunciada da seguinte maneira: a massa gravitacional oriunda da teoria da gravitação é a mesma massa inercial?

Tão misteriosa quanto a presença da força à distância (gravitacional) é a resposta obtida experimentalmente: Elas têm o mesmo valor.

Essa coincidência inspirou Einstein a formular o princípio da equivalência que enuncia que um referencial acelerado equivale a presença de um campo gravitacional.

Vale destacar o que se pode entender por campo. Campo é o modo de entender a atuação de uma força em todo o espaço. Conta a lenda que Faraday teve essa inspiração ao vislumbrar um campo de flores enquanto estudava o que viria a ser o campo elétrico. Dessa forma o campo gravitacional surgido a partir de uma massa pode ser obtido como um vetor com o valor dado pela equação (1) sem a presença de uma segunda massa. Ele existe, então, em todo o espaço.

A partir de Newton a melhoria da tecnologia de construção dos telescópios possibilitou o avanço da cosmologia. A observação das nebulosas e outras questões relativas à distância e distribuição das estrelas elevaram o nível da discussão sobre o Universo. Immanuel Kant, filósofo que viveu entre 1724 e 1804 lançou a hipótese de que essas nebulosas eram na verdade sistemas de estrelas iguais à Via Láctea. Mistérios como a distribuição irregular das estrelas ou mesmo problemas como a medição de distância através do brilho dos astros não faltaram. A invenção da fotografia no século XIX deu a investigação dos Céus uma dinâmica maior. Porém a cada mistério solucionado surgem outros tantos que deslocam a atenção dos astrônomos (aliás é assim até hoje!).

Em 1828 Fraunhofer estudou as linhas do espectro da luz solar e Bunsen juntamente com Kirchhoff enunciaram que era possível através da assinatura única do objeto emissor analisar não só a sua composição química como também saber a temperatura. Continuando a utilização do espectrógrafo, Huggings compreendeu a influência do efeito Doppler (que traduz o afastamento ou a aproximação relativa) nas linhas espectrais.

Em que pese a discussão se existiam ou não outras galáxias como a nossa, uma questão que se impunha com mais vigor no início do século XX era se o Universo podia ser estático ou se movia de alguma maneira. Ao contrário da eletricidade que possui uma força tanto atrativa como repulsiva, a gravidade só tem a característica atrativa. Esse fato parece significar que o Universo está em equilíbrio já que a força gravitacional contraposta à velocidade tangencial dos corpos celestes sugere um quadro de estabilidade eterna.

3.3 O eterno Universo

Einstein acreditava nesse Universo eterno e estático. Entretanto sua equação desenvolvida utilizando a ideia de que a matéria e a energia curvam o tecido do espaço-tempo parecia sugerir um espaço dinâmico, por essa razão, ele se sentiu compelido a acrescentar um termo nomeado de constante cosmológica com o fulcro de manter a harmonia do Universo estático. Entra em cena então Edwin Hubble que constatou o desvio para o vermelho (*redshift*) da luz dos astros mais distantes. Em rápidas palavras, assim como a frequência do som se altera quando a fonte ou o observador estão se afastando ou se aproximando (efeito Doppler), também à luz muda o espectro para o azul se está ocorrendo a aproximação relativa ou para o vermelho se existe o afastamento.

Einstein diante dessa constatação declarou que a inclusão da constante cosmológica na sua equação foi o maior dos seus erros. Por ironia, hoje em dia a constante cosmológica tem sido de vital importância para englobar a 'energia do vácuo' que parece acelerar o material cósmico mais distante. Voltando a gênese da relatividade geral, ela nasceu após a relatividade especial ter sido enunciada por Minkowski em termos de uma matemática desconhecida por Einstein até então. A ideia de abandonar a força à distância e deduzir o fenômeno gravitacional como decorrente da geometria encantou o cientista que se debruçou durante anos sobre essa ideia.

No início dos anos vinte, Alexander Friedman, George Lemaître e Willem de Sitter resolveram a equação da relatividade mostrando que a solução não estática era possível. As possibilidades dos modelos citados serão exploradas mais adiante.

Com as comprovações de Edwin Hubble, a expansão começa a ganhar força e a partir dela a teoria do *Big Bang* ou átomo primordial ganha adeptos poderosos.

3.4 O princípio cosmológico e suas consequências

Em meados dos anos trinta Milne enuncia o princípio cosmológico que seria a indiferença da posição dos observadores no que tange a observação do Universo. Dito, de outra forma o Universo é homogêneo e isotrópico não existindo um centro.

A partir do princípio cosmológico vários resultados podem ser obtidos usando uma cosmologia baseada nas equações de Newton, ou seja, uma Cosmologia Newtoniana⁹.

A grande vantagem é poder simplificar a matemática exigida para explicar certas questões. A matemática da relatividade geral é, não só árdua, mas cheia de conceitos específicos além de ter preceitos matemáticos bastante complicados.

Uma outra consequência interessante da Cosmologia newtoniana é possibilitar o estudo da Cosmologia no ensino médio levando aos jovens a possibilidade de ter esse primeiro contato com uma ciência tão empolgante.

Parâmetros como densidade, densidade crítica e idade do Universo podem ser analisados utilizando o espaço euclidiano, o tempo absoluto etc.¹⁰

Algumas suposições, entretanto, tem que ser feitas para que possam ser analisadas as hipóteses segundo a Cosmologia Newtoniana¹¹: O Universo é composto por um 'fluido cosmológico' (permitindo o uso de equações de hidrodinâmica) cujas partículas seriam as galáxias que obedecem o princípio cosmológico, ou seja, estão em repouso, contração ou expansão isotrópica (se admite, hoje por força das observações, o caso da expansão). Além disso, os

⁹ <http://www.if.ufrj.br/~mbr/papers/cosmnwt/>

¹⁰ <http://astro.if.ufrgs.br/univ/mat/node2.htm>

¹¹ http://www.astro.iag.usp.br/~laerte/aga5751/cosmo1_11.pdf

observadores estão em repouso com relação ao fluido acompanhando a sua expansão e, por isso, são chamados de observadores comoveis.

Algumas incoerências (superáveis) surgem da aplicação da mecânica newtoniana. Os referenciais devem ser inerciais. Mas se os observadores são comoveis e estão em expansão, poder-se-ia supor uma aceleração. No entanto é de se notar que a superfície da terra também apresenta uma aceleração e pode ser suposta um referencial inercial para um trem em movimento na mesma superfície.

Outra objeção seriam as bordas do Universo que estariam em contradição com o princípio cosmológico. Pode-se contornar esse problema supondo o Universo como sendo infinito.

É claro que as conclusões obtidas só tem serventia por serem cotejadas pelas equações da relatividade superando os problemas acima explicitados.¹²

4 A COSMOLOGIA E A MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

4.1 Energia e densidade crítica

Considere-se a densidade crítica de uma galáxia como um exercício relevante e, de certa maneira, fácil e de resultado compatível com o previsto na relatividade. Para tanto a energia total de um sistema pode ser escrita como sendo:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \quad (2)$$

A fórmula acima é composta de duas parcelas, quais sejam a da energia cinética relacionada à velocidade, e a da energia potencial obtida através da manipulação da equação (1). Consideremos m a massa de uma galáxia movendo-se a uma velocidade v a uma distância r de um referencial arbitrário (isotropia) e M a massa total contida numa esfera imaginária de raio r . Há três hipóteses possíveis: A energia é maior que zero o que implicará em um Universo sem matéria suficiente para interromper uma expansão da galáxia. Menor que zero resultando em um

¹² <http://www.sbpcnet.org.br/livro/63ra/resumos/resumos/4202.htm>

Universo no qual a galáxia interromperia o afastamento e voltaria a se aproximar. Finalmente o último caso no qual haveria um equilíbrio com a energia igual a zero.

Como dito alhures, Hubble mostrou que o Universo estava se expandindo. Mas não só isso, Hubble fez diversas observações criteriosas e obteve a velocidade com que as galáxias estão se afastando umas das outras enunciando o que ficou conhecido como a Lei de Hubble.

Abaixo o gráfico que pode ser aproximado por uma reta.

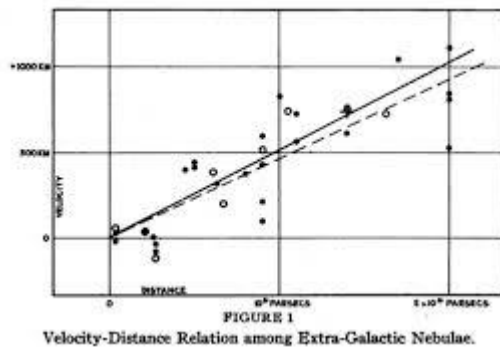


Figura 4: Aproximação obtida por Hubble.

Quanto mais distante, maior a velocidade. Então, a Lei de Hubble pode ser expressa como:

$$v = Hr \quad (3)$$

H é a constante de Hubble. Consideremos agora a densidade ρ que expressa quantidade de matéria com relação a um raio r de uma esfera de centro arbitrário (em qualquer ponto do Universo). A massa é:

$$M = \frac{4\pi}{3} \rho r^3 \quad (4)$$

Unindo (2), (3) e (4) é possível obter a densidade crítica igualando a energia a zero:

$$\frac{1}{2}mH^2r^2 - \frac{Gm4\pi}{3r}\rho r^3 = 0 \quad (5)$$

Resolvendo, a densidade crítica:

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (6)$$

Substituindo pelos valores conhecidos obtemos a densidade crítica de aproximadamente:

$$1,1 \times 10^{-29} g/cm^3$$

Isso é também aproximadamente 100 vezes a quantidade de matéria observada. O problema aqui é que as medições da matéria observada não são muito precisas carecendo de parâmetros universalmente aceitos.

Há que se falar do fator de escala. Se o Universo está em expansão, ficaria muito difícil aferir medidas em momentos distintos e compará-las. As contas certamente teriam alguma discrepância. Não se trata de um afastamento entre objetos, (galáxias, planetas, satélites etc.) mas de um afastamento generalizado uma vez que o próprio espaço está se ampliando. Então o melhor a fazer é estabelecer um sistema de coordenadas que muda através de um fator de escala. Dessa forma é possível separar o que é um movimento de afastamento ou aproximação com a ideia de que o Universo, como um todo, está se expandindo. Todas as medidas tomadas dependeriam do instante em que foram feitas as tais medidas. Também entra em cena um 'parâmetro de desaceleração' que, por força da atração gravitacional, tenderia a parar a expansão.

A consideração tanto do parâmetro de desaceleração quanto do fator de escala são peças importantes na Cosmologia Newtoniana. É possível, no entanto, abordar assuntos como densidade crítica (que em princípio tem uma ligação direta com o parâmetro de desaceleração) sem mencioná-los diretamente. Isso acontece pelo fato de o fator de escala estar presente como uma alteração na própria

coordenada de medição. A opção pela ausência da dedução dos dois parâmetros foi devido a matemática envolvida na manipulação desses últimos que envolve de forma mais direta o cálculo diferencial e integral. Todavia a integridade da ideia dos conceitos, notadamente o de densidade crítica, não pareceu sofrer de uma deficiência que impedisse o seu entendimento uma vez que se lidou apenas com a questão da energia.

4.2 Como surgiu a equação da gravitação?

Voltando à equação (1) um exercício interessante para o aluno do ensino médio é como se pode deduzi-la a partir de equações conhecidas. Sabe-se que sobre uma força central a segunda Lei pode ser escrita substituindo a aceleração por:

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (7)$$

Por outro lado a velocidade da órbita de um corpo submetido a uma força central em um período P é:

$$v = \frac{2\pi r}{P} \quad (8)$$

Faz parte do programa do ensino médio as Leis de Kepler. Pela terceira Lei:

$$P^2 = kr^3 \quad (9)$$

Em que k é uma constante dependente de P e r .

Efetando as substituições de (9) em (8):

$$v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{kr^3} \quad (10)$$

Cancelando os termos em r tem-se que v ao quadrado é proporcional a um sobre r .

Substituindo (10) em (7) obtém-se a proporcionalidade entre a massa orbitando e a razão um sobre r ao quadrado. Pela terceira Lei de Newton igual proporção deve ser aplicada ao astro ao redor do qual orbita a massa m . supondo que esse astro possua uma massa M Newton com sua poderosa intuição chegou à expressão da equação (1).

4.3 Obtendo as constantes

Outro exercício interessante é relacionar as constantes k e G . Para isso basta igualar a força newtoniana central (1) com as equações (7) e (8) combinadas para satisfazer a terceira Lei de Newton:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{4\pi^2 mr}{P^2} \quad (11)$$

Da última equação obtemos que:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3 \quad (12)$$

Desta forma, k fica dado por:

$$k = \frac{4\pi^2}{GM} \quad (13)$$

Pode-se obter a massa de um corpo celeste (por exemplo o Sol) a partir da manipulação da equação (12):

$$M = \frac{4\pi^2}{G} \frac{r^3}{P^2} \quad (14)$$

Substituindo os valores chegamos a massa do Sol:

$$M = 1,99 \times 10^{30} \text{ Kg} \quad (15)$$

4.4 velocidade de escape

Uma outra questão bastante motivadora e de fácil solução com o ferramental até agora empregado, é a velocidade de escape. Esse tema é interessante e permite falar sobre foguetes, assunto sempre interessante para o aluno do ensino médio.

Para se calcular a velocidade de escape basta igualar a energia cinética do corpo com a energia gravitacional:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{r} \quad (16)$$

Advém de imediato que a velocidade de escape é:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad (17)$$

Na previsão de Newton matéria atrai matéria, o mesmo não acontecendo com a radiação cuja massa é zero.

Einstein, por outro lado, mostrou que a força à distância de Newton na verdade é uma força aparente e que a verdadeira razão pela qual existe a atração é uma deformação do espaço tempo.

Dessa forma é possível pensar na velocidade de escape da luz. Esse cálculo é relevante tendo em vista a grande repercussão sobre buracos negros e suas consequências um tanto bizarras. A partir da fórmula acima também é possível determinar o raio que uma estrela, após sua morte deve ter para que, dependendo de sua massa, se torne um buraco negro.

A esse raio tem o nome de raio de Schwarzschild que foi um astrônomo alemão que fez o cálculo segundo a teoria da relatividade geral. Nomeando a velocidade da luz com c tem-se a partir da equação (17):

$$c^2 = \frac{2GM}{r} \quad (17.1)$$

Então:

$$r = \frac{2GM}{c^2} \quad (17.2)$$

Dada a massa de uma estrela se o seu raio for menor que o valor constante na (17.2) nem mesmo a luz poderá escapar.

4.5 Tipos de galáxias espirais

Em compasso parecido com o que prevê as equações de (7) até (14) é possível escrever a velocidade de rotação de uma galáxia espiral através da seguinte igualdade:

$$\frac{v_{rot}^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \quad (18)$$

Daí resultando uma relação bastante útil inclusive para classificação morfológica das galáxias:

$$M \equiv \frac{1}{G} v_{rot}^2 r \quad (19)$$

O brilho das galáxias é proporcional à sua massa (ou a quantidade de estrelas).

4.6 A idade do Universo

Com a Lei de Hubble equação (3), é possível calcular a idade do Universo de maneira bem simples:

$$T = \frac{D}{v} = \frac{D}{HD} = \frac{1}{H} \quad (20)$$

O valor calculado mais recente da constante de Hubble é de 72 Km/s.Mpc. Mas cada Parsec equivale a

$$3,086 \times 10^{19} \text{ Km}$$

Utilizando a equação (20):

$$T = \frac{1}{\frac{72}{3,086 \times 10^{19}}}$$

O resultado da conta é (com dois números significativos após a vírgula):

$$4,27 \times 10^{17} \text{ s}$$

Transformando em anos basta uma regra de três, sabendo que um ano tem 365 dias e cada dia tem 24 horas e cada hora tem 3600 s.

Dessa forma cada ano tem, em segundos,

$$3,15 \times 10^7 s$$

Fazendo a regra de três:

$$\frac{4,27 \times 10^{17}}{3,15 \times 10^7}$$

O resultado é 13,7 bilhões de anos.

4.7 Parâmetro de Densidade

Imagine-se uma distribuição de matéria em torno de um ponto qualquer (isotropia). A densidade pode ser escrita considerando-se uma esfera em torno desse ponto como sendo a constante na equação (4). Definindo o parâmetro de densidade como sendo a razão entre a densidade e a densidade crítica:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (21)$$

Manipulando com as equações (2), (5) e (6):

$$\frac{2E}{mr^2} = H^2[1 - \Omega] \quad (22)$$

A partir do parâmetro de densidade é possível fazer algumas análises. De se notar que a massa e o raio são sempre positivos de forma que a energia e o parâmetro de densidade têm sempre sinais trocados.

Se o parâmetro for maior que a unidade, a densidade é maior que a densidade crítica, a energia é menor que zero e o Universo será fechado. Já se o parâmetro for menor que a unidade significa dizer que a densidade é menor que a densidade crítica, a energia é maior que zero e o Universo se expandirá para sempre. O último caso é o da coincidência de ser o parâmetro igual à unidade. Nesse caso a densidade é igual à densidade crítica e o Universo será plano.

5 OUTRAS QUESTÕES

5.1 Constante cosmológica

Primeiramente é importante que se diga que optou-se, nesse trabalho por um tratamento teórico no que tange à constante cosmológica muito embora ela possa ser incorporada às equações newtonianas de forma a representar, assim como na relatividade geral, a energia do vácuo. Observou-se que o Universo está em expansão acelerada. Mas pela segunda Lei de Newton apenas uma força é capaz de provocar uma aceleração. No caso gravitacional a única força presente é a atrativa de forma que é preciso uma nova força que explique essa aceleração contrária à força gravitacional.

Então o módulo dessa nova força ficaria dado por:

$$F = -\frac{GMm}{r^2} + \frac{1}{3}\Lambda mr \quad (23)$$

Diante dessa nova força, pode-se executar um novo balanço da energia necessária para a compreensão do futuro do Universo. Para isso a nova expressão da energia é dada por:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} - \frac{1}{6}\Lambda mr^2 \quad (24)$$

Se a energia for negativa, após a expansão haverá uma contração. Se for positiva a expansão será para sempre e se for nula a expansão diminuirá mas não haverá contração.

A equação (23) pode ser pensada como proveniente de uma aceleração que é devida à quantidade de 'vácuo' contida no num raio r somada à quantidade de matéria no mesmo raio:

$$a = -\frac{4}{3}\pi(G\rho r - \Lambda r) \quad (25)$$

A equação (25) não corresponde exatamente a descrição da aceleração mas serve para se ter uma ideia de como se pode obter a equação (23) através de um raciocínio simples. Para tanto é necessário entender que a constante cosmológica da equação (23) 'incorpora' outras constantes sendo necessariamente diferente da presente na equação (25) que foi representada pelo mesmo símbolo apenas para fins didáticos.

Apesar das imprecisões o aluno do ensino médio será capaz de perceber de onde se origina o termo extra atribuído à constante cosmológica.

5.2 Uma matemática mais elaborada

A matemática da relatividade geral é inspirada em espaços não euclidianos que se curvam por força da existência de energia (massa, pressão etc). Apesar de fugir do objetivo do presente trabalho é possível entender a equação da relatividade geral como uma relação entre a geometria do espaço-tempo e a matéria, energia e pressão contidas nesse espaço-tempo. A expressão dessa igualdade se dá por

intermédio de uma entidade matemática chamada tensor. É possível pensar no conceito de tensor por extensão do que se entende por vetor.

Na relatividade especial o espaço é plano, sem curvatura. Os efeitos da gravidade não são considerados já que faltava a Einstein uma ferramenta matemática que fosse capaz de expressar a complexidade da presença da matéria sobre o tecido do espaço tempo. Essa ferramenta já existia na matemática desde os tempos de Riemann que estudou os espaços não euclidianos. A superfície de uma esfera (como o caso do planeta Terra) pode ser considerada um espaço não euclidiano. A relação de Pitágoras não se aplica na superfície do Globo.

Apesar de poder tratar de espaços com qualquer característica, os tensores podem ser aplicados também a espaços euclidianos podendo representar algumas grandezas físicas como, por exemplo, o tensor momento de inércia.

Para o ensino médio a equação de campo de Einstein definitivamente não é compreensível. No entanto de uma maneira muito genérica é possível que o aluno compreenda a analogia com uma equação vetorial como, por exemplo, a expressa pela segunda Lei de Newton.

Da mesma forma que o Laplaciano do potencial gravitacional é igualado à densidade de matéria, o tensor representativo da curvatura do espaço-tempo é igualado ao tensor que representa momento linear-energia-pressão. A citação da relatividade geral, apesar de ostentar ideias incompreensíveis para o aluno do ensino médio, poderá despertar a curiosidade e levar alguns a quererem se aprofundar no estudo desse tópico.

O fomento da curiosidade científica deve pautar a atividade do professor do ensino médio. O fato de que a matemática envolvida extrapole os limites do conhecimento dos alunos muitas vezes tem um efeito benéfico em vez de desmotivador.

A relatividade especial e seus postulados devem fazer parte do conjunto de conhecimentos do aluno a quem é comentada a equação de campo de Einstein.

Para a cosmologia de Newton apesar de recomendável, não é mandatório ter esse conhecimento.

5.3 De volta a teoria

São vários os modelos de Universos que podem ser estudados. Dois anos após a publicação da relatividade geral, como já dito, Einstein publicou o seu modelo de Universo com a constante cosmológica e a considerou a única solução possível para o até ali observado. Entretanto, um cientista holandês chamado Willem de Sitter encontrou outra solução com uma característica curiosa: não havia matéria nesse modelo.

Esse fato poderia sugerir que tal modelo não teria a menor serventia já que o Universo é preenchido, entre outras energias, também por matéria. Mas apesar de parecer estranho o que ficou sendo conhecido por modelo de De Sitter, mostrou-se ser de muita utilidade até por que um Universo com baixa densidade de energia pode ser aproximado a um Universo vazio. Outra análise pertinente é a questão matemática. Uma solução da complexa equação de Einstein é sempre passível de fornecer subsídios a hipóteses diversas. Assim ocorreu, e De Sitter não só mostrou outra solução possível como também sugeriu um Universo em expansão como uma velocidade de afastamento crescente. Outra característica do Universo de De Sitter é que o espaço é plano, euclidiano. Tem-se agora dois modelos passíveis de análise criteriosa. No modelo de Einstein existe matéria mas não movimento. No de De Sitter existe expansão (movimento) mas não existe matéria.

As equações de Einstein também foram objetos de estudo de Friedman, Lemaître, Eddington, Robertson entre outros. Friedmann analisou as equações num enfoque matemático dando pouca importância às consequências físicas.

Soluções com densidade de matéria negativa, por exemplo, foram exploradas por esse matemático.

Friedman trabalhou em vários tipos de solução não pressupondo qualquer configuração específica.

A partir dessa flexibilidade, Friedman observou que o futuro do Universo estaria determinado pela densidade de matéria. Se a densidade estivesse acima da densidade crítica eq. (6), o Universo se contrairia, se abaixo ele expandiria.

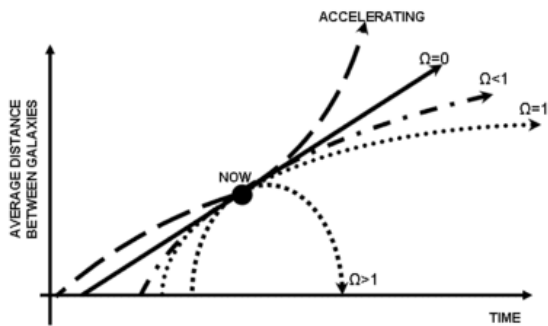


Figura 5: Destinos possíveis para o Universo

Com relação ao Universo fechado, Friedmann previu uma possibilidade interessante que é a de um Universo que alternava entre a contração e a expansão. Essa oscilação duraria para toda eternidade. O Universo não teria início nem fim estando presente, mais uma vez, o conceito de infinito mas dessa vez de um forma um pouco diferenciada.

Ao mesmo tempo que Friedman, um padre belga chamado Lemaître estudou as equações de Einstein. Conhecedor das observações de Hubble do *redshift*, o modelo de Lemaître mostrava um Universo em expansão. Esse modelo foi corroborado pelo famoso Eddington e com isso se tornou conhecido no meio científico. Eddington, entretanto, discordava de como o Universo havia começado. Para ele a expansão acontecia mas não havia necessariamente um começo. Lemaître, ao contrário, acreditava em um começo, um período estático e um período de aceleração exponencial.

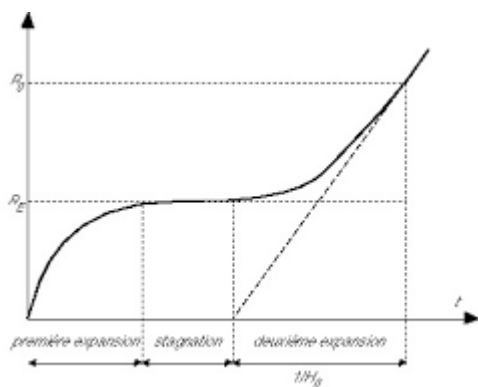


Figura 6: Universo de Lamaitre.

Foi dele a primeira ideia de uma singularidade inicial, de um *Big Bang*. Também foi dele a interpretação que o *redshift* seria consequência não de um afastamento captado pelo efeito Doppler mas de uma expansão do próprio Universo como um todo que poderia ser traduzido por um fator de escala.

Em outra interpretação que se mostrou acertada, Lemaître revitalizou a constante cosmológica a essa altura já considerada por Einstein como um dos maiores enganos já cometido por ele.

Para Lemaître a constante seria uma manifestação da energia do vácuo. Isso foi no início dos anos 1930. Nessa época Paul Dirac observou algo que o intrigou e, posteriormente, o levou a algumas conclusões interessantes. Ele associou a constante de Hubble a variáveis atômicas como a massa do próton e a massa do elétron juntamente com a velocidade da luz, a constante cosmológica e a constante de Planck!

Dirac fez uma série de ilações dentre as quais uma que considerava as constantes adimensionais como sendo transcendentais já que não dependeriam de qualquer escolha de grandezas.

Em 1948 Hermann Bondi, Thomas Gold e Fred Hoyle propuseram um modelo de estado estacionário como uma alternativa ao *Big Bang*.

A alternativa do estado inicial concentrado em um único ponto ou singularidade era extremamente desconfortável o que já havia levado Lemaître a propor um estado estacionário anterior à expansão observada por Hubble.

Nessa perspectiva é que o modelo estacionário prevê a criação de matéria de maneira contínua e uniforme o que manteria o Universo homogêneo e isotrópico. Esse processo teria sempre existido não havendo qualquer descontinuidade implicando numa idade infinita para o Universo.

Problemas com a teoria do *Big Bang* que resultaram com a aceitação da inflação deram novo fôlego ao modelo estacionário que no geral nunca foi muito aceito principalmente por estabelecer a criação de matéria de forma gratuita.

O desmonte dessa teoria aconteceu de maneira mais forte com a descoberta em 1965, da radiação cósmica de fundo, feita por Penzias e Wilson. Nesse mesmo

ano, foi observado por Martin Rees e Dennis Sciama que a densidade de quasares aumenta com o redshift. Também em 1966, Jim Peebles argumenta que o *Big Bang* prediz corretamente a abundância de Hélio e outros elementos leves.

5.4 Até onde é possível enxergar?

Em 2011 o telescópio Hubble 'enxergou' uma estrutura distante quase 32 bilhões de anos luz. Entretanto, estima-se que a idade do Universo seja de aproximadamente 14 bilhões de anos. Como explicar tal incoerência? A explicação parece simples à primeira vista mas apresenta uma série de complicadores quando questionamos mais a fundo: O Universo está se expandindo. A expansão se dá em relação a todos os pontos (princípio básico da cosmologia: princípio cosmológico).

Aqui se inicia a parte teórica mais interessante e ao mesmo tempo mais difícil de ser compreendida. Trata-se dos horizontes cosmológicos. A simplicidade da afirmativa do parágrafo anterior começa a esvanecer diante da apresentação desses horizontes. Claramente eles, horizontes, dependem do modelo cosmológico que se está empregando. O primeiro a ser enunciado é o horizonte de partículas. Esse é o limite máximo que uma partícula pode ter viajado desde o início do Universo até o observador. Ele não é simplesmente a idade do Universo multiplicado pela velocidade da luz tendo em vista que o Universo está em expansão. É esse horizonte quem define o limite do Universo visível.

Em contraste com o horizonte de partículas tem-se o horizonte de eventos. Esse horizonte marca o limite real do observável. É de se notar que a partícula emitida a partir dele nunca alcançará o observador. O horizonte de partículas está sempre se expandindo para abarcar novos lugares mas nunca alcançará as partículas para além do horizonte de eventos. Definidos os horizontes, cabe explicá-los um pouco melhor. O horizonte de eventos marca tudo que poderá um dia ser observado pois além dele se estaria observando algo que se passa, por exemplo, dentro de um buraco negro. Já o de partículas marca o que podemos observar até o momento mas continuará se expandindo e revelando novos objetos cosmológicos.

Horizontes pressupõem formato. Diante disso, a pergunta pertinente é sobre qual deve ser o formato do Universo? Primeiramente é necessário distinguir entre o que pode ser visto e o que, teoricamente seria todo o Universo. Em seguida é importante notar que o que se vê não é simplesmente o espaço mas um emaranhado de espaço e tempo. Os fótons que nos chegam à retina tradutores de um evento, partiram há muito tempo do local de ocorrência. Por último é de se enfatizar que a matéria e a energia curvam o espaço em volta (relatividade geral). Dito isso, fica-se com três fatores para serem analisados: se o Universo é finito ou infinito; se tem alguma curvatura ou é plano; e se existem conexões entre partes (como em um vídeo game no qual uma figura sai de um lado da tela e entra pelo outro). Ao longo do trabalho várias dessas suposições são assumidas de acordo com o modelo de Universo que se quis trabalhar mas a verdade que todas elas vão influenciar na resposta obtida.

Por exemplo, um Universo de curvatura positiva deve ser necessariamente finito (vide a superfície do planeta Terra). Já uma curvatura negativa ou mesmo plano é tido como um Universo infinito (muito embora não seja uma exigência categórica). Quem vai determinar esse formato é a densidade de matéria/energia.

Foi observado recentemente, por mais incrível que possa parecer, que o Universo é plano. A partir disso, tem-se tentado construir um modelo de variedade (objeto topológico) que reproduza a forma observada.

6 ENSINAR COSMOLOGIA

6.1 Ensino médio

Em pesquisas de vários países sobre assuntos interessantes em física, a astronomia, astrofísica e a cosmologia são os assuntos que despertam a maior curiosidade entre os estudantes do ensino médio¹³.

É no ensino médio que se dá o desenvolvimento cognitivo maior dos jovens que se quer sejam não só profissionais aptos a ingressar no mercado de trabalho

¹³ <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/363504.pdf>

mas também cidadãos com discernimento e atentos aos limites do conhecimento humano. A outra possibilidade é de formar homens místicos e afeitos a teorias conspiratórias incapazes de contribuir com o desenvolvimento de uma nação que quer romper os grilhões de um passado desigual.

O ensino da física tem sido implementado através da “apresentação de conceitos, leis e fórmulas de forma desarticulada e distante do mundo vivido pelo aluno e por isso, vazia de significado”¹⁴.

Exercícios repetitivos cuja sistemática de resolução é o que muitos alunos do ensino médio entendem por estudar física. A teoria e os conceitos seriam um produto acabado produzido por gênios que foram capazes de deduzir fórmulas como num passe de mágica ao contrário de um esforço conjunto de muitas mentes brilhantes aplicando um método, errando e corrigindo o rumo a cada instante. Também é de se notar que, para muitos estudante, a ciência já está ‘perfeita e acabada’ sendo tudo que se teria de saber já equacionado por essas mesmas mentes brilhantes.

A cosmologia pode ser a contrapartida de todas essas concepções previamente adquiridas. É possível mostrar a cosmologia como uma ciência em construção, forçando os limites do conhecimento a cada dia. Também é possível exercitar a imaginação dos jovens com os limites do cosmo ou com as hipóteses de finitude ou não do Universo. O diálogo pode ser finalmente instaurado entre todos aqueles envolvidos no estudo de cosmologia com o intuito de discutir aspectos filosóficos e até religiosos das descobertas. Muito provavelmente uma nova notícia relativa ao tema será manchete de jornais trazendo novidade e revirando assuntos que poderão ser discutidos à luz dos temas estudados.

Por outro lado a matemática envolvida tende a ser bastante simples e mais dependente de conceitos. Ainda sim envolverão temas de grande interesses como massa dos grandes astros, velocidade de foguetes etc.

Uma abordagem menos matemática facilitará um conhecimento amplo sobre a história da ciência (que muitas vezes se confunde com a exploração dos céus).

¹⁴ <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>

“As novidades mais recentes ou as novas descobertas, primeiramente são divulgados nas revistas científicas ou nos jornais. Incentivar a leitura, pode criar uma motivação maior para a aprendizagem. Aqui entram os subsunçores de Ausubel, pois o conhecimento prévio e a motivação são fundamentais para uma aprendizagem significativa.”¹⁵

Conceitos subsunçores são aqueles já presentes na estrutura cognitiva do aluno que podem ser utilizados para dar significado às novas informações. As novas se valem dos subsunçores para propiciar uma aprendizagem significativa.

O conhecimento de uma cosmologia além da Newtoniana também pode gerar frutos para aqueles que quiserem ir mais a fundo no tema.

Um tema estruturador em vista às orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais (PCN+) para o ensino médio é: Universo, Terra e Vida (unidades temáticas: Terra e sistema solar, o universo e sua origem, compreensão humana do universo).

Claro que a cosmologia não pode ocupar um tempo demasiado e portanto deve se adequar a carga horária restrita o que justifica a brevidade de cada um dos tópicos apresentados.

Para o ENEM 2014 houve a inclusão do tema na seguinte forma:

A mecânica e o funcionamento do universo - Força peso. Aceleração gravitacional. Lei da Gravitação universal. Leis de Kepler. Movimentos de corpos celestes. Influência na Terra: marés e variações climáticas. Concepções históricas sobre a origem do universo e sua evolução.¹⁶

Dessa forma se faz necessário não desconhecer a Lei da gravitação e os enunciados de Kepler como forma de abarcar os temas exigidos para o tão

¹⁵ <http://www.if.ufrgs.br/cref/amees/teorias.htm>

¹⁶ <http://vestibular.mundoeducacao.bol.uol.com.br/enem/questoes-sobre-gravitacao-universal-no-enem.htm>

almejado exame. Vem, daí a pergunta: Por que não aproveitar o tema para seguir um pouco adiante? Esse é o objetivo do presente trabalho.

De qualquer forma, apresentam-se abaixo duas questões do ENEM relativas ao tema:

Questão Enem 2009:

Na linha de uma tradição antiga, o astrônomo grego Ptolomeu (100-170 d.C.) afirmou a tese do geocentrismo, segundo a qual a Terra seria o centro do universo, sendo que o Sol, a Lua e os planetas girariam em seu redor em órbitas circulares. A teoria de Ptolomeu resolvia de modo razoável os problemas astronômicos da sua época. Vários séculos mais tarde, o clérigo e astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), ao encontrar inexatidões na teoria de Ptolomeu, formulou a teoria do heliocentrismo, segundo a qual o Sol deveria ser considerado o centro do universo, com a Terra, a Lua e os planetas girando circularmente em torno dele. Por fim, o astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler (1571- 1630), depois de estudar o planeta Marte por cerca de trinta anos, verificou que a sua órbita é elíptica. Esse resultado generalizou-se para os demais planetas.

A respeito dos estudiosos citados no texto, é correto afirmar que

- a) Ptolomeu apresentou as ideias mais valiosas, por serem mais antigas e tradicionais.*
- b) Copérnico desenvolveu a teoria do heliocentrismo inspirado no contexto político do Rei Sol.*
- c) Copérnico viveu em uma época em que a pesquisa científica era livre e amplamente incentivada pelas autoridades.*
- d) Kepler estudou o planeta Marte para atender às necessidades de expansão econômica e científica da Alemanha.*
- e) Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.*

O ônibus espacial Atlantis foi lançado ao espaço com cinco astronautas a bordo e uma câmera nova, que iria substituir uma outra danificada por um curto-circuito no telescópio Hubble. Depois de entrarem em órbita a 560 km de altura, os astronautas se aproximaram do Hubble. Dois astronautas saíram da Atlantis e se dirigiram ao telescópio. Ao abrir a porta de acesso, um deles exclamou: “Esse telescópio tem a massa grande, mas o peso é pequeno.”



Imagem retirada da questão 25 da prova do Enem de 2009 mostra o astronauta próximo ao telescópio Hubble

Considerando o texto e as leis de Kepler, pode-se afirmar que a frase dita pelo astronauta

- a) se justifica porque o tamanho do telescópio determina a sua massa, enquanto seu pequeno peso decorre da falta de ação da aceleração da gravidade.
- b) se justifica ao verificar que a inércia do telescópio é grande comparada à dele próprio, e que o peso do telescópio é pequeno porque a atração gravitacional criada por sua massa era pequena.
- c) não se justifica, porque a avaliação da massa e do peso de objetos em órbita tem por base as leis de Kepler, que não se aplicam a satélites artificiais.

d) não se justifica, porque a força-peso é a força exercida pela gravidade terrestre, neste caso, sobre o telescópio e é a responsável por manter o próprio telescópio em órbita.

e) não se justifica, pois a ação da força-peso implica a ação de uma força de reação contrária, que não existe naquele ambiente. A massa do telescópio poderia ser avaliada simplesmente pelo seu volume.

Teóricas, as perguntas exigiam um conhecimento mais depurado dos conceitos além da história do desenvolvimento da cosmologia.

6.2 Questões pertinentes

Apesar de ser uma boa aproximação, a Cosmologia Newtoniana está sujeita a várias críticas.

Se supusermos que o Universo é finito, nas bordas haveria a quebra do princípio cosmológico.

Por outro lado se o Universo fosse infinito, o princípio cosmológico implicaria que a matéria uniformemente distribuída a uma mesma distância de uma dada posição faria com que a aceleração gravitacional fosse nula, anulada pelo somatório de forças. Uma aceleração nula só seria possível se a densidade de matéria fosse nula numa região de raio arbitrário o que implicaria em um Universo vazio.

Uma forma eficaz de contornar essa inconsistência da aplicação do princípio cosmológico foi dada por Birkhoff que é simplesmente considerar a matéria no interior de uma esfera de raio r como toda a matéria responsável pela aceleração. Toda a matéria fora da esfera teria a força anulada. Em suma é considerar um Universo infinito mas cuja a influência viria de uma área finita (a esfera considerada).

6.3 Competências requeridas

Abaixo estão as competências requeridas para a física segundo o PCN. A cada uma das exigências (número) se justifica o enquadramento da Cosmologia (letra) e, ao final, é sugerido um cronograma de ensino:

1- Compreender enunciados que envolvam códigos e símbolos físicos. Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si.

a- Muito do material é apresentado através de códigos e símbolos físicos e matemáticos. Gráficos também podem ser apresentados melhorando a apresentação e enriquecendo o conteúdo.

2- Expressar-se corretamente utilizando a linguagem física adequada e elementos de sua representação simbólica. Apresentar de forma clara e objetiva o conhecimento apreendido, através de tal linguagem.

b- Por mais abstrato que seja o tema, lida-se com equações matemática o que faz com que a representação simbólica tenha uma expressão tão clara quanto possível.

3- Conhecer fontes de informações e formas de obter informações relevantes, sabendo interpretar notícias científicas.

c- Esse é o ponto forte da Cosmologia que apresenta uma repercussão enorme nos meios de comunicação. Várias notícias podem ser trazidas à sala de aula e interpretada pelos alunos.

4- Elaborar sínteses ou esquemas estruturados dos temas físicos trabalhados.

d- Por ser um tópico abstrato e a interdisciplinaridade inclusive com a filosofia pode e deve ser trabalhada para um síntese construtiva da parte teórica.

5- Desenvolver a capacidade de investigação física. Classificar, organizar, sistematizar. Identificar regularidades. Observar, estimar ordens de grandeza, compreender o conceito de medir, fazer hipóteses, testar.

e- Outro ponto fundamental da disciplina é a ordem de grandeza das variáveis envolvidas sendo necessário lidar com a notação científica que se pressupõe, nesse trabalho, como de conhecimento dos alunos

6- Conhecer e utilizar conceitos físicos. Relacionar grandezas, quantificar, identificar parâmetros relevantes. Compreender e utilizar leis e teorias físicas.

f- As fórmulas matemáticas aqui apresentadas tornam fundamental a utilização da mecânica newtoniana além de outros conhecimentos correlacionados

7- Compreender a Física presente no mundo vivencial e nos equipamentos e procedimentos tecnológicos. Descobrir o “como funciona” de aparelhos.

g - Como sugestão ao leitor é possível ir um pouco mais a fundo na tecnologia de construção de telescópios e radiotelescópios além de detalhar melhor a identificação do uso do brilho das estrelas para a aferição de distâncias.

8- Construir e investigar situações-problema, identificar a situação física, utilizar modelos físicos, generalizar de uma a outra situação, prever, avaliar, analisar previsões.

h - exercícios de fixação permitem uma melhor compreensão além de abordar temas ausentes que podem ampliar o conteúdo da matéria.

9- Articular o conhecimento físico com conhecimentos de outras áreas do saber científico. Contextualização sociocultural

i - A importância da Cosmologia e a curiosidade natural que ela inspira são capazes de influir positivamente na busca do aluno pelas raízes históricas que muitas vezes uniram povos ou mesmo revolucionaram as questões religiosas.

10- Reconhecer a Física enquanto construção humana, aspectos de sua história e relações com o contexto cultural, social, político e econômico.

j - A questão histórica mais uma vez é determinante para que todo o contexto faça sentido e impulsiona a raça humana numa direção favorável e auto sustentável.

11- Reconhecer o papel da Física no sistema produtivo, compreendendo a evolução dos meios tecnológicos e sua relação dinâmica com a evolução do conhecimento científico. Dimensionar a capacidade crescente do homem propiciada pela tecnologia.

k - A Cosmologia no seu primórdios era traduzida pela influência nos sistemas econômicos primitivos através, por exemplo, das previsões da época de colheita e plantio. Não por outra razão que os Egípcios e Babilônios possuíam tantos dados astronômicos.

12- Estabelecer relações entre o conhecimento físico e outras formas de expressão da cultura humana.

l - A representação dos céus sempre esteve a fazer parte da expressão natural da arte, notadamente nos povos antigos.

13- Ser capaz de emitir juízos de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes.

m - O discernimento e a reflexão necessários para o estudo da Cosmologia, certamente capacitarão o aluno a relativizar tudo que o cerca podendo valorar e opinar com mais propriedade seja em questões sociais seja em assuntos atinentes ao meio que o cerca.

A partir de tudo que foi dito nesse tópico, sugere-se a seguinte sequência didática:

COSMOLOGIA NEWTONIANA

1- Apresentação:

A presente sequência didática tem por objetivo descrever uma proposta de condução do ensino da cosmologia para ensino médio.

2- Introdução:

A Cosmologia é, para um jovem estudante do ensino médio, uma oportunidade única de ter contato com os limites do conhecimento humano. O quanto sabemos e o quanto ainda poderemos descobrir sobre o Universo são questões fascinantes que permeiam as nossas mentes desde o nascimento. Não se pode deixar passar a chance de oferecer ao jovem a oportunidade de abandonar o misticismo que cerca os céus capacitando-o a, caso deseje, seguir acompanhando as descobertas que ampliam o limite do conhecimento.

3- Objetivo:

O aluno do ensino médio já possui conhecimentos teóricos suficientes para ter contato com

a Cosmologia newtoniana que pressupõe um espaço plano e o tempo absoluto. A partir de conhecimentos básicos, o aluno deverá gradativamente tomar contato com princípios e parâmetros cosmológicos até o ponto de poder entender, ainda que minimamente, as teorias de início e evolução do Universo. Tudo isso só é possível com um estudo detido da história e do desenvolvimento da Cosmologia que se confunde com a evolução da ciência.

4- Público-alvo

O público alvo é o aluno do ensino médio notadamente o do segundo e terceiro ano. Não seria interessante iniciar o ensino médio com uma disciplina que exige um conhecimento das Leis de Newton e outros tantos de mecânica. No entanto nada impede que a disciplina seja ofertada no segundo período do primeiro ano desde que preparado um currículo adequado para o primeiro semestre.

5- Número de aulas:

A matéria não pode ocupar muito espaço no currículo tendo em vista a extensão do programa. São previstas oito aulas.

6- quadro sintético de aulas:

Assunto	Tópicos	Aulas
História da Cosmologia	Primeiras ideias	Primeira aula
	Grandes Cientistas	Segunda aula
Princípio Cosmológico	Formulação	Segunda aula
Parâmetros Cosmológicos	Energia e densidade crítica	Terceira aula
	Velocidade de escape	Terceira aula
	Parâmetro de densidade	Quarta aula
Hubble	Constante de Hubble	Quarta aula
	Idade do Universo	Quinta aula
	Schwarzschild	Quinta aula
Constante cosmológica	Energia do vácuo	Sexta aula
Modelos de Universo	Universo de De Sitter	Sexta aula
	Outros modelos	Sétima aula

Tipos de Horizonte	Horizontes Cosmológico	Sétima aula
Questões	Resolução de questões	Oitava aula
Prática	Atividades e conclusão	Oitava aula

7- Recursos de Ensino:

Podem ser utilizados os recursos tradicionais como quadro negro assim como recursos de informática: Data-show e programas de simulação como o Phet. Para atividade prática pode ser utilizado um telescópio.

8- Descrição das aulas:

Duração: 50 minutos.

História da Cosmologia.
Primeira aula.

Tema: Primeiras ideias.

Interesse e motivação:

A melhor maneira de ser apresentado a um assunto é conhecer a sua história. Não poderia ser diferente com a evolução da Cosmologia. Nas primeiras ideias estão incluídos a evolução do método científico e as lutas com a igreja católica para romper com a física aristotélica.

Dinâmica da aula: aula expositiva aberta para perguntas.

Conteúdo científico abordado:

Nesse primeiro contato antes mesmo do início da história, o professor deve diferenciar a Cosmologia de outros ramos similares delimitando a extensão do que vai ser aprendido durante o curso. A seguir uma passagem pelo material adotado dando ênfase e incentivando a procura de conteúdo na internet. É interessante fornecer um cronograma da disciplina se possível atrelado a um calendário com o dia das aulas. Iniciando o assunto propriamente dito, é necessário demonstrar a curiosidade pelo céus e a maneira como, lentamente no decorrer da história foi possível acumular dados astronômicos e desenvolver um método. Toda a história não se resumirá a essa aula ficando evidente que os conceitos são inseridos na medida em que se avançará no tempo histórico. Ao final pode-se lançar o desafio de trazer uma descoberta recente sobre o Cosmo que tenha sido publicada no imprensa.

História da Cosmologia e Princípio cosmológico.

Segunda aula:

Tema: Grandes cientistas e formulação do Princípio cosmológico.

Interesse e motivação:

Mostrar em ordem cronológica a contribuição de nomes famosos da ciência e suas respectivas histórias e superações.

Dinâmica da aula: esclarecimento de dúvidas da aula passada e apresentação do desafio posto. Exposição do tema.

Conteúdo científico abordado:

Deve ficar claro na exposição que os grandes nomes da ciência foram produtos do seu tempo. Na verdade não existe um grande cientista que não tenha utilizado o conhecimento, as experiências ou mesmo os erros dos seus predecessores. Na sequência deve-se introduzir o princípio cosmológico, situando-o no tempo e ressaltando a grande importância desse princípio para todo o estudo da Cosmologia.

Parâmetros cosmológicos.

Terceira aula:

Tema: Energia, densidade crítica e velocidade de escape.

Interesse e motivação:

Essa é a parte em que a matemática, que é a linguagem de física, se faz presente. A Cosmologia newtoniana não apresentará muitas novidades ao aluno familiarizado com a mecânica newtoniana. Ao contrário, o enfoque da Cosmologia pode ajudar a fixar conceitos como o de conservação de energia ou mesmo os de campo e força tão caros à física clássica.

Dinâmica da aula:

Exposição oral, uso do quadro negro para dedução das fórmulas e exibição de vídeo (se os recursos estiverem disponíveis) sobre lançamento de foguetes e a descoberta das galáxias.

Conteúdo científico abordado:

As equações deverão ser exposta com o cuidado de avaliar o conhecimento prévio dos

alunos sobre as Leis de Newton e de Kepler. O raio de Schwarzschild foi deixado para um outro momento de propósito não só para possibilitar uma recapitulação do assunto como por envolver um tema controverso para a Cosmologia newtoniana (atração gravitacional da luz).

Parâmetros Cosmológicos e Hubble.

Quarta aula.

Tema: parâmetro de densidade e Constante de Hubble.

Interesse e motivação:

Será dada continuidade a matemática do curso com a dedução do parâmetro de densidade e suas consequências para o Universo. A Constante de Hubble, juntamente com a enunciação do Princípio Cosmológico podem ser encarados como sendo de vital importância para o desenvolvimento de ideias posteriores.

Dinâmica da aula:

Apresentação no quadro negro das deduções e do gráfico obtido por Hubble e sua regressão em reta. Exposição oral.

Conteúdo científico abordado:

A importância do parâmetro de densidade para o futuro dos diversos modelos de Universo será apresentado e discutido. Toda a história da equação de campo de Einstein e a influência da descoberta de Hubble no destino da equação pode começar a ser discutido (haverá um momento mais adiante em que será introduzida Constante Cosmológica).

Hubble.

Quinta aula.

Tema: Idade do Universo e Schwarzschild

Interesse e motivação:

Nesse momento da disciplina já é possível começar a rever certos tópicos tidos como importantes. A história da Cosmologia deve sempre permear os tópicos abordados de forma a situá-los e dar-lhes suporte. A idade do Universo na verdade é de uma matemática simplória mas de uma grande riqueza de conceitos (bem mais importantes do que a própria matemática). O ferramental matemático também já está pronto para o cálculo do raio de Schwarzschild. O importante, mais uma vez, são os conceitos envolvidos.

Dinâmica da aula:

Nessa aula, além do quadro negro é possível a exibição de filmes motivadores que mostrem os buracos negros e suas implicações bizarras.

Conteúdo científico abordado:

A dedução de algo tão surpreendente quanto a idade do Universo a partir de realidades observadas, deve ser fruto de uma reflexão sobre o poder do método científico. Também o raio de Schwarzschild e a possibilidade da luz ser desviada do seu caminho pela atração gravitacional deve ser alvo de uma análise crítica.

Constante Cosmológica e Modelos de Universo.

Sexta aula.

Tema: Energia do Vácuo e Universo de De Sitter.

Interesse e motivação:

Um dos temas mais atuais devido a descobertas recentes é o poder da Constante Cosmológica que dá ao vácuo características inusitadas. A partir de um equilíbrio de forças entre a gravitação e essa energia desconhecida é possível discutir a conformação do Universo e seus diversos modelos surgidos após a solução das equações de Einstein.

Dinâmica da aula:

Além da exposição oral e dedução no quadro das características da Constante Cosmológica é possível organizar um debate sobre as possíveis configurações do Universo a partir dos dados disponíveis.

Conteúdo científico abordado:

O estado da arte pode ser ventilado como introdução daquela que Einstein considerava ser seu maior engano: a Constante Cosmológica. O modelo de Universo de Einstein pode ser confrontado com um primeiro modelo não estático.

Modelos de Universo e Tipos de horizonte.

Sétima aula.

Tema: Outros Modelos e Horizontes Cosmológicos

Interesse e motivação:

A análise de outros modelos de Universo explorando as diversas possibilidades é um prosseguimento natural da aula anterior. O que vem a seguir é a parte mais densa e abstrata da matéria. Com efeito a diferenciação dos diversos horizontes exige modelos mentais um tanto quanto elaborados e os desdobramentos nem sempre são óbvios.

Dinâmica da aula:

Esse tema exigirá do professor lançar mão de recursos áudio visuais. Um documentário a respeito dos limites visíveis do Universo (uma sugestão é a série Cosmos) ou uma animação obtida na internet pode ser um diferencial interessante para a compreensão do assunto.

Conteúdo científico abordado:

Compreender até onde podemos enxergar e relacionar esse fato com a idade do Universo e a teoria do *Big Bang* exigirá conhecimentos extras relacionados às características da velocidade da luz. Para tanto seria de bom tom que os alunos soubessem enunciados como o postulado do limite da velocidade da luz (teoria da relatividade restrita) e a caracterização do fóton.

Questões e Prática.

Oitava aula.

Tema: Solução de questões, Atividades Práticas e Conclusão do Curso.

Interesse e motivação:

As questões, principalmente as teóricas, servirão para fixar todo o conteúdo abordado. Atividades como uma visita a um planetário ou simulações em programas didáticos servirão como instrumento de consolidação dos temas abrangidos pelo curso.

Dinâmica da aula:

Em vez de exposição por parte do professor, as questões poderão ser resolvidas por grupos e apresentadas por aqueles que se dispuserem a expor suas respostas. As atividades práticas podem ser combinadas em horários alternativos para ser possível, por exemplo, observar as estrelas.

Conteúdo científico abordado:

A resolução de exercícios sempre propicia discussões introduzindo, eventualmente, um

aprofundamento da matéria. Atividades práticas gerarão muitas perguntas e uma curiosidade que poderá motivar alguns a prosseguir nos estudos dessa disciplina. Para que essa motivação não seja esquecida, uma conclusão que desafie o intelecto dos alunos seria não só pertinente como muito bem-vinda.

Referências:

Singh, Simon, *Big Bang*, (Ed. Record, Rio de Janeiro, 2006)

Novello, Mário, *O que é Cosmologia*, (Ed. Jorge Zahar, Rio de Janeiro, 2006).

Silk, J., *O Big Bang: a origem do universo*, (Ed. UnB, Brasília, 1988).

6.4 Tipos de questões

As questões teóricas devem ter uma importância crucial já que são poucos os subsídios matemáticos na falta do cálculo.

Perguntas relativas à história devem ter lugar de destaque já que são fundamentais para o entendimento da disciplina.

A seguir algumas tópicos históricos que podem ser convertidos em questões:

- Resolver a equação (14) utilizando os seguintes parâmetros: distância entre o Sol e a Terra, aproximadamente, dez elevado a décima primeira potência.
- a partir da massa do Sol é possível obter a velocidade de escape desse astro e o seu raio de Schwarzschild.
- a análise dimensional da constante cosmológica.
- De grande interesse de alguns alunos a questão de um satélite artificial colocado em órbita (um que, por exemplo, forneça apoio a ligações de celulares ou GPS) que deva ter velocidade tangencial suficiente para se manter em órbita. Usando a equação (19) que serve tanto para galáxias espirais quanto para satélites em órbita:

$$v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

Interessante notar que a massa do satélite (ou do astronauta fora da estação espacial internacional) não entra no cálculo. Considerando a massa da Terra como sendo:

$$6 \times 10^{24} Kg$$

Já o raio da órbita é o raio da Terra (6400Km) somado à altura média dos satélites (600 Km):

$$7 \times 10^6 m$$

Fazendo a conta o resultado é 7,5 Km/s.

- Em quanto tempo o satélite dá uma volta completa no planeta? É preciso lembrar que a velocidade média é:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Lembrando o perímetro do círculo e manipulando a fórmula acima:

$$\Delta t = \frac{2\pi r}{\sqrt{G \frac{M}{r}}}$$

Fazendo a conta obtêm-se 5.812 s, que é igual à uma hora e trinta e sete minutos.

- qual a característica curiosa para o modelo de De Sitter?
- quais os problemas com a cosmologia Newtoniana?

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho não tem a pretensão de ser exaustivo tampouco de ser uma referência única no ensino da Cosmologia no segundo grau. Muito pelo contrário, houve uma escolha subjetiva de temas que foi motivada por alguns fatores-chaves como, por exemplo, a ausência do Cálculo diferencial e integral e a extrema simplicidade. O principal objetivo, além de se adequar com o programa do MEC, foi abrir para o aluno do ensino médio as portas para esse mundo maravilhoso que desde o início dos tempos nos atrai e fascina. Uma dose grande de motivação e a simplicidade matemática foram a ênfase do trabalho. Uma sugestão que serviria para aprofundar certos conceitos seria uma introdução, ainda que singela, do cálculo e sua notação. Houve, em algum momento, a possibilidade de apresentar equações diferenciais com uma roupagem que possibilitasse o entendimento do aluno do ensino médio. Essa não foi a opção do autor. Assim a simples menção a uma derivada como sendo uma taxa ou coisa similar, foi abandonada. Mesmo com essa ausência foi possível trabalhar algumas hipóteses da Cosmologia Newtoniana sem desfigurar de maneira fatal o trabalho. A grande vantagem conseguida com a completa ausência do cálculo foi tornar o presente trabalho um verdadeiro plano de aula. As poucas fórmulas presentes podem ser apresentadas como estão sem causar qualquer constrangimento ou estranheza ao aluno já familiarizado com a mecânica e a gravitação. Por outro lado, para aqueles alunos que ainda não estudaram as Leis de Kepler ou outros temas como a relatividade especial, será necessário enxertar novos conteúdos. Merece destaque a parte “até onde podemos enxergar “. Nesse tópico o aluno poderá confrontar ideias bastante desafiadoras e, além de ter o sabor de lidar com a fronteira do conhecimento, saberá que existem dúvidas na ciência ao contrário dos problemas com uma só resposta que sempre encontram em outros ramos da física. Esse é o tipo de assunto que deve ser pensado várias vezes para que se tenha um mínimo de compreensão.

Bibliografia:

- 1 - Gleiser, Marcelo. *O Fim da Terra e do Céu: O Apocalipse na Ciência e na Religião*. (Companhia Das Letras, São Paulo, 2001).
- 2 - Sagan, Carl. *Cosmos: Carl Sagan*. (Ballantine, Nova York, 1985).
- 3 - Souza, Ronaldo E. *Introdução à Cosmologia*. (EDUSP, São Paulo, 2004).
- 4 – Site da Sociedade Brasileira de Física, sbfisica.org.br 22 Apr. 2017.
- 5 - Harrison, Edward R. *Cosmology: The Science of the Universe*. (Cambridge University Press, Cambridge, 2010).
- 6 - Novello, Mário. *O Que É Cosmologia?: A Revolução Do Pensamento Cosmológico*. (Zahar, Rio de Janeiro, 2006).
- 7 - Skolimoski, Kellen Nunes. *Cosmologia na Teoria e na Prática: Possibilidades e Limitações no Ensino*. Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da Universidade de São Paulo, 01 Jan. 1970.